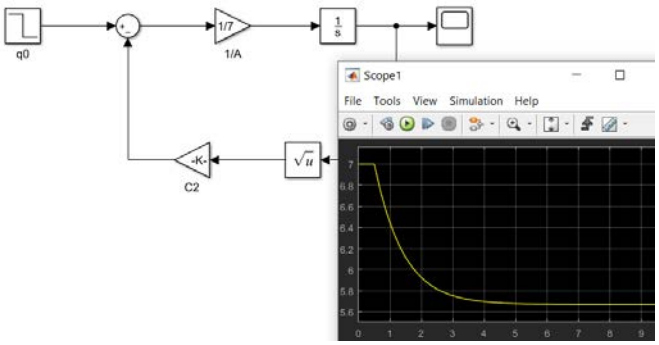
# Primjeri rješavanja običnih diferencijalnih jednadžbi u Simulinku

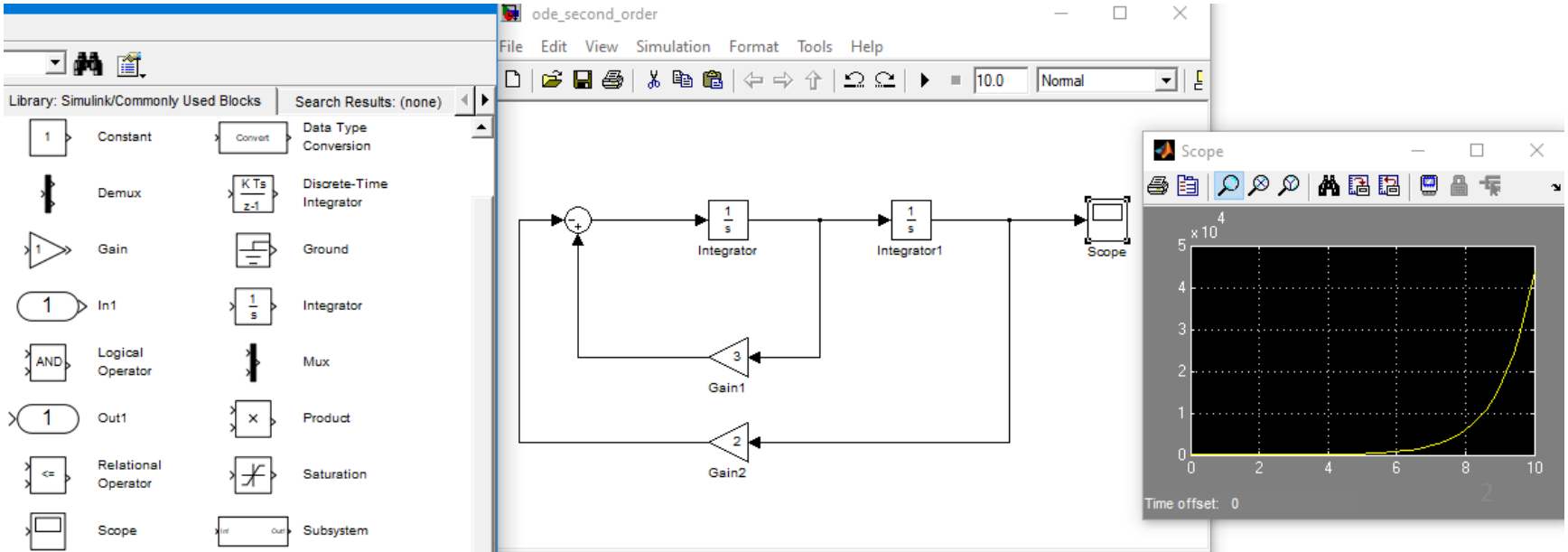



**Željka Ujević Andrijić**
Sveučilište u Zagrebu
Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije

zujevic@fkit.unizg.hr

# SIMULINK

- Grafičko okruženje, prikaz jednostavnim blok dijagramima, vizualni prikaz rezultata simulacije i zapis u datoteke
- Simulink je grafičko okruženje unutar programskog sustava MATLAB koji omogućuje modeliranje, simulaciju i analizu (nelinearnih) dinamičkih sustava
- **DINAMIČKI SUSTAV** – sustav čije stanje karakterizira prijelazno vladanje nakon pojave određene pobude u sustavu (poremećaj)
- Promjena simulacijskih parametara moguća i tijekom same simulacije (interaktivni sustav).



# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednadžbi

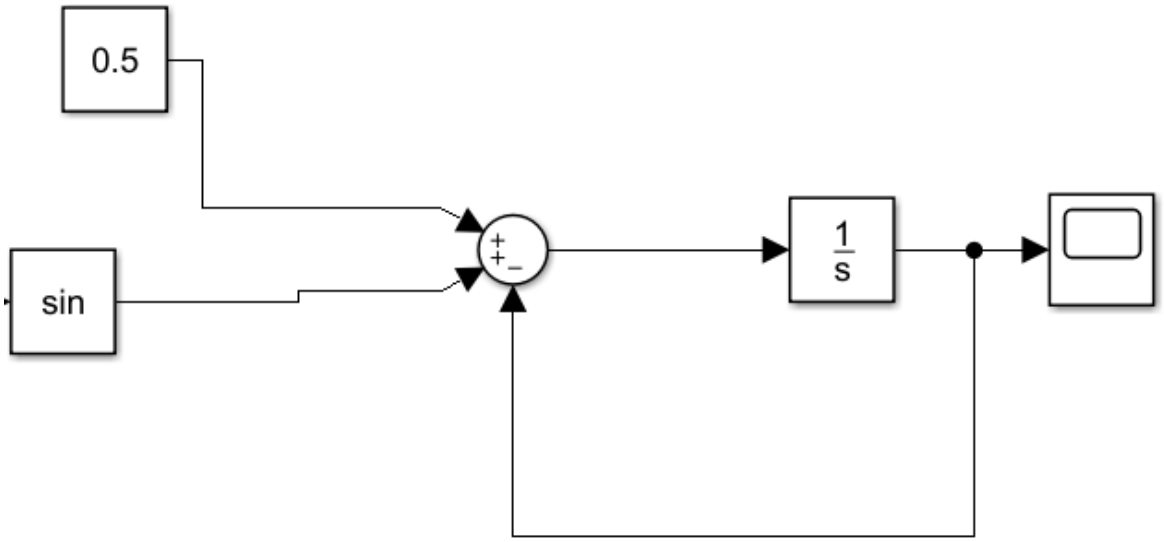
**Primjer 1:**

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednadžbu 1.reda u Simulinku:

$$y' + y = sin(x) + 0.5$$

uz početni uvjet: $y_{(0)} = 0{,}5$

$$y' = \sin(x) + 0.5 - y$$



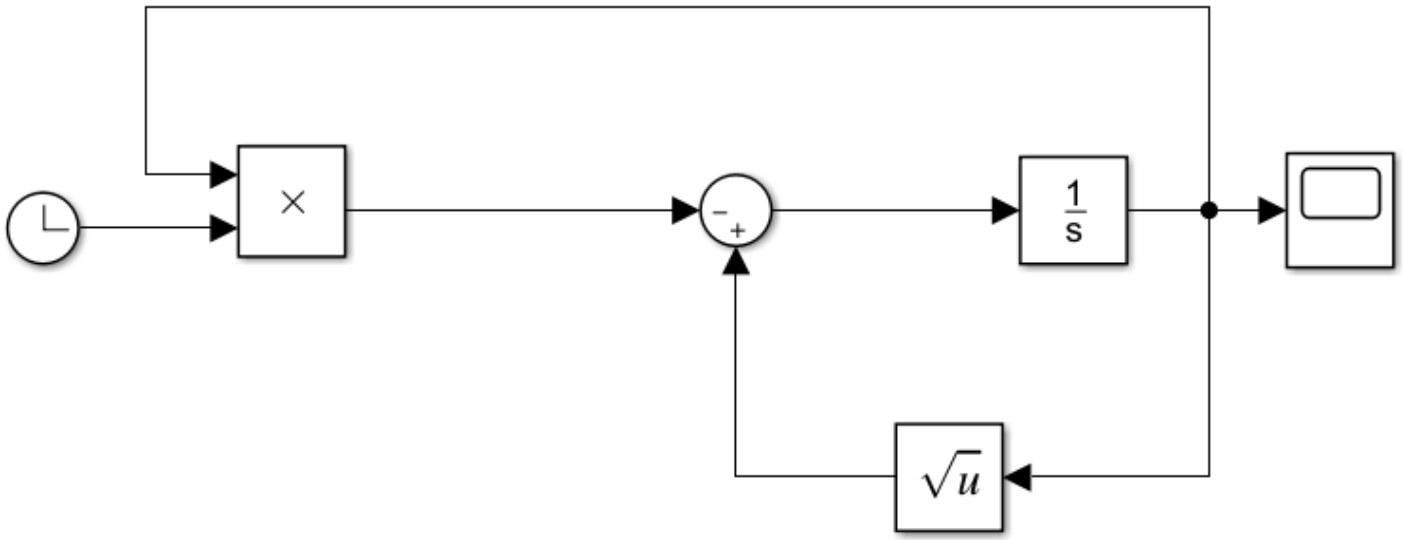
# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednadžbi

**Primjer 2:**

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednadžbu 1.reda u Simulinku:

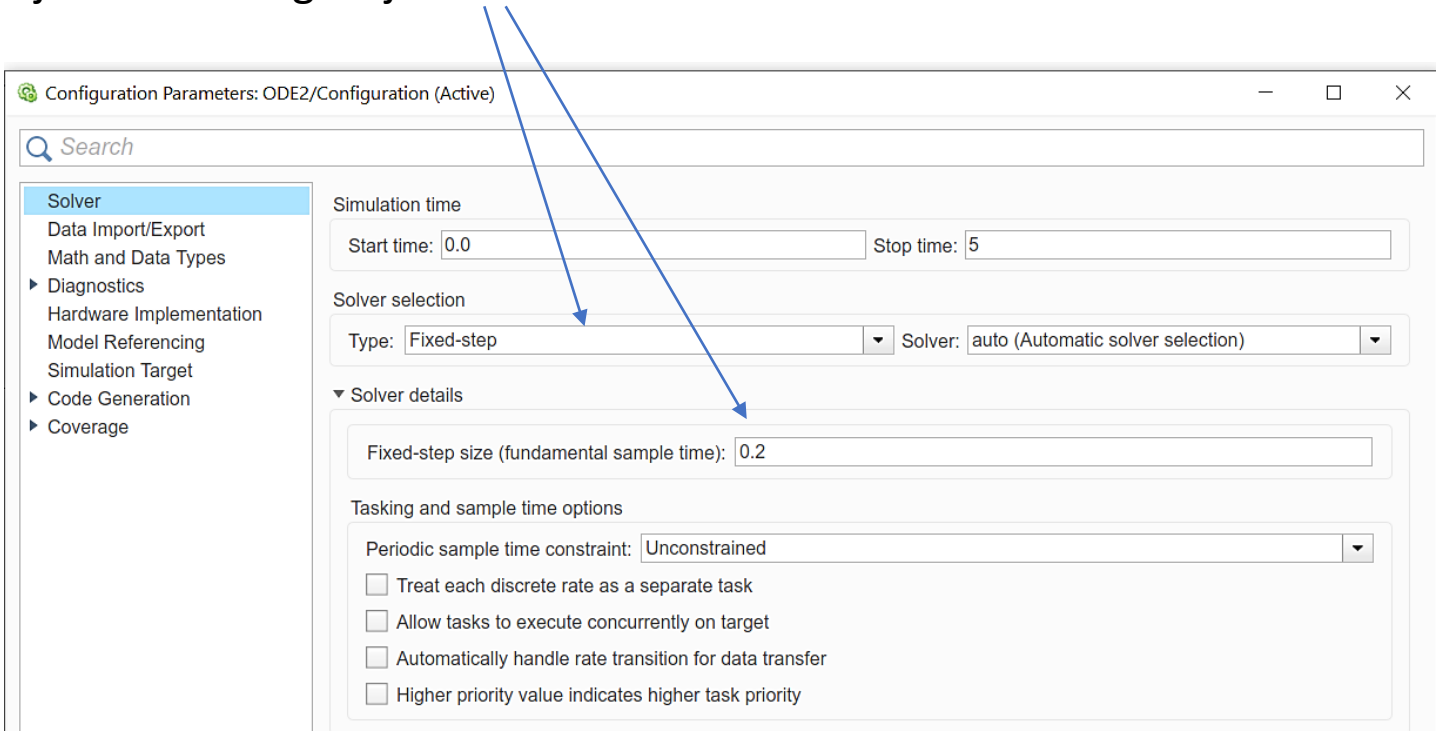
$$y' = \sqrt{y} - xy$$

uz početni uvjet: $y_{(0)} = 5$, uz korak integracije $h = 0{,}2$, na intervalu **[0,5]**

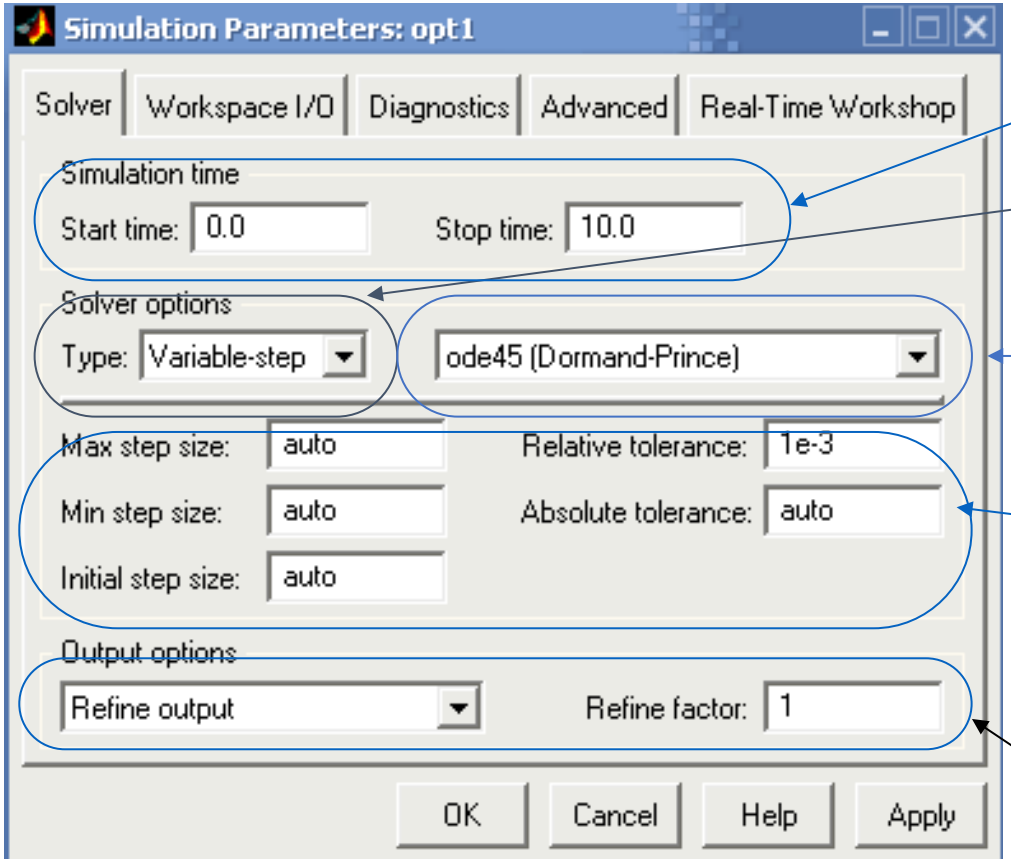


# Primjer rješavanja običnih diferencijalnih jednadžbi

- U ***Model Configuration Parameters*** (unutar ***Modeling/Model Settings*** u novijim verzijama MATLAB-a) se mogu podešavati razni parametri simulacije, kao tip *solvera*, veličina koraka, trajanje simulacije, itd.
- Pretpostavljena metoda numeričke integracije u Simulinku je `ode45` i prikladna je za većinu problema.
- U ovom zadatku se traži fiksni korak integracije, inače je u Simulinku postavljen promjenljivi korak integracije.



# Podešavanje parametara simulacije




Podešavanje trajanja simulacije

Odabir vrste numeričke integracije (fiksni korak, promjenjivi korak)

Odabir postupka numeričke integracije

Podešavanje dodatnih parametara postupka numeričke integracije

Definiranje u kojim će se trenucima računati stanja sustava

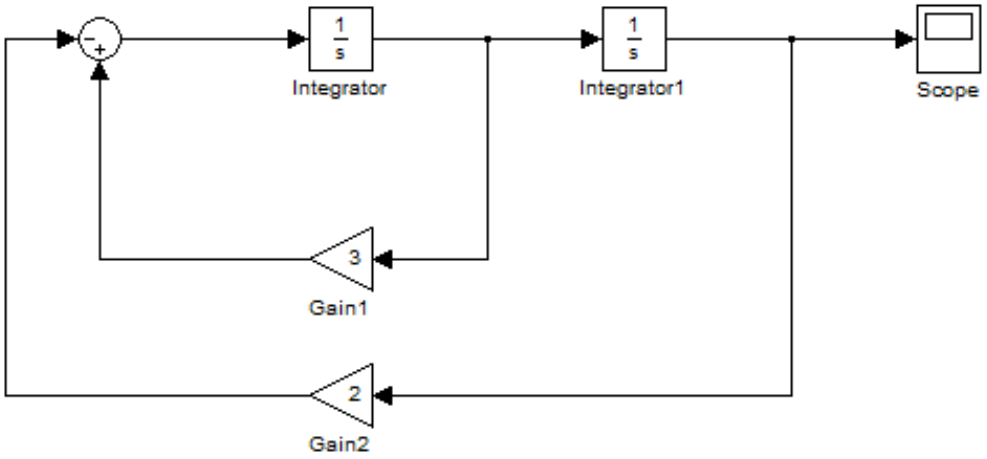
# Primjer rješavanja obične diferencijalne jednadžbe 2. reda

**Primjer 3:**

Riješite sljedeću običnu diferencijalnu jednadžbu 2.reda u Simulinku:

$$y'' - 3y' + 2y = 0$$

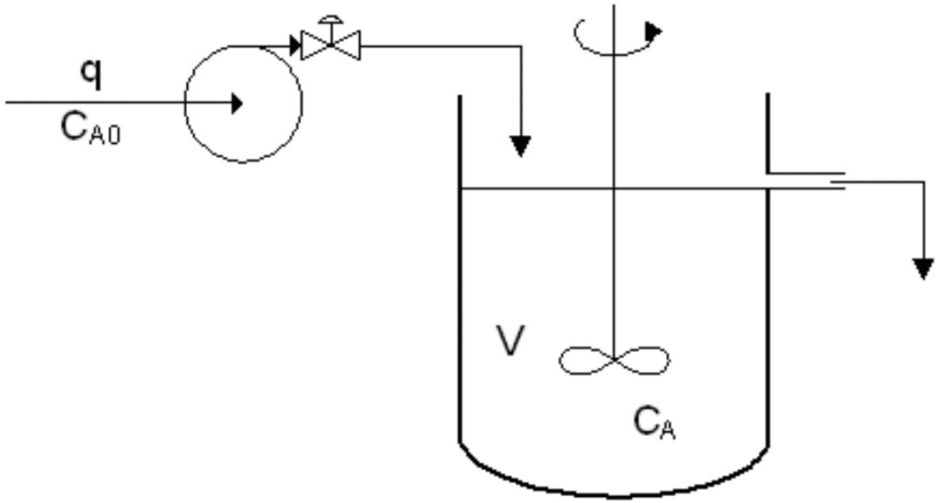
uz početne uvjete: $y(0) = 3$, $y'(0) = 4$



# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor

## Zadatak:

Odredite prijelazni odziv koncentracije u protočno kotlastom reaktoru, $c_A$




## Zadani podaci:

$q$ = 0,085 $m^3$/min - protok kroz reaktor

$V$ = 2,1 $m^3$ - volumen reaktora

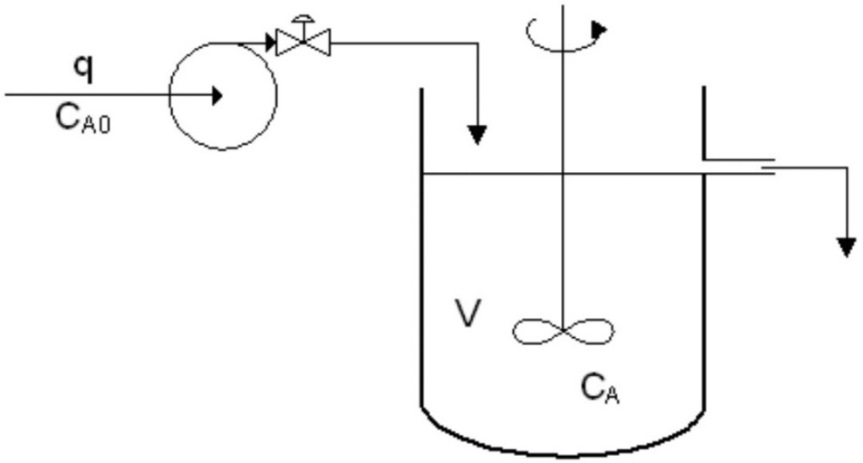
$c_{A0}$ = 1,85 mol/$m^3$ - koncentracija tvari A u ulaznoj struji

$c_{A,poč}$ = 0 mol/$m^3$ - početna koncentracija tvari A u reaktoru

# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor (PKR)

Bilanca množine tvari: $\frac{dn_\mathrm{A}}{dt} = \dot{n}_\mathrm{d} - \dot{n}_\mathrm{o}$

$q_\mathrm{dov} = q_\mathrm{odv} \Rightarrow V = \mathrm{konst}$




$$V \cdot \frac{dc_\mathrm{A}}{dt} = q \cdot c_\mathrm{A0} - q \cdot c_\mathrm{A}$$

$$\frac{V}{q} \cdot \frac{dc_\mathrm{A}}{dt} = c_\mathrm{A0} - c_\mathrm{A}$$

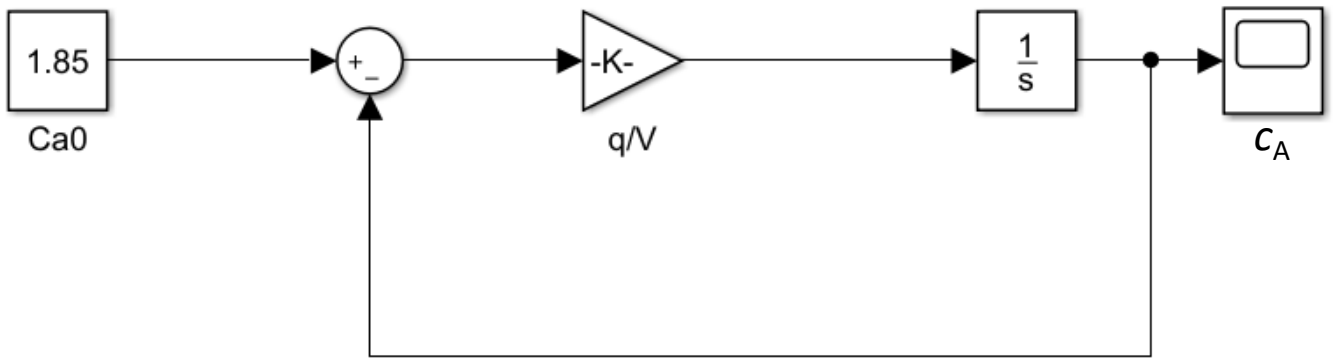
$$\frac{dc_\mathrm{A}}{dt} = (c_\mathrm{A0} - c_\mathrm{A})\frac{q}{V}$$

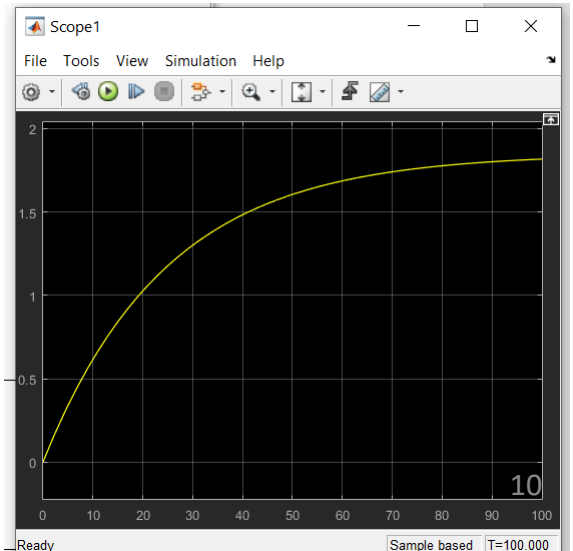
Treba riješiti ovu diferencijalnu jednadžbu.

# Primjer 4: Protočno kotlasti reaktor

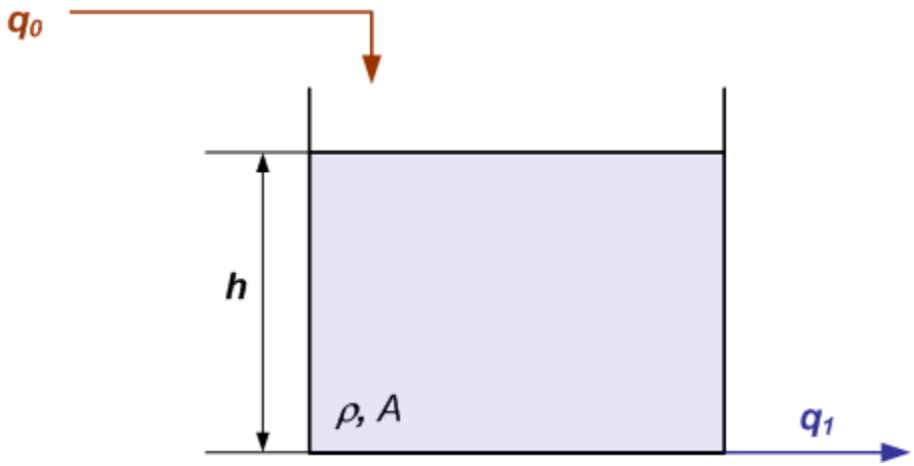
$$\frac{dc_A}{dt} = (c_{A0} - c_A)\frac{q}{V}$$

## Model PKR u Simulinku



# Primjer 5: Istjecanje kapljevine iz spremnika




*Spremnik sa slobodnim istjecanjem*

*Iz ukupne bilance tvari:* $\rho \cdot A \cdot \frac{dh}{dt} = \rho \cdot q_0 - \rho \cdot q_1$

$$q_1 = c_1 \cdot \sqrt{\rho g h} = c_2 \sqrt{h}$$

**Početno je proces u stacionarnom stanju:**

- protok $q_0 = q_1 = 100$ m$^3$/h
- razina kapljevine u spremniku $h = 7$ m
- površina poprečnog presjeka A = 7 m$^2$

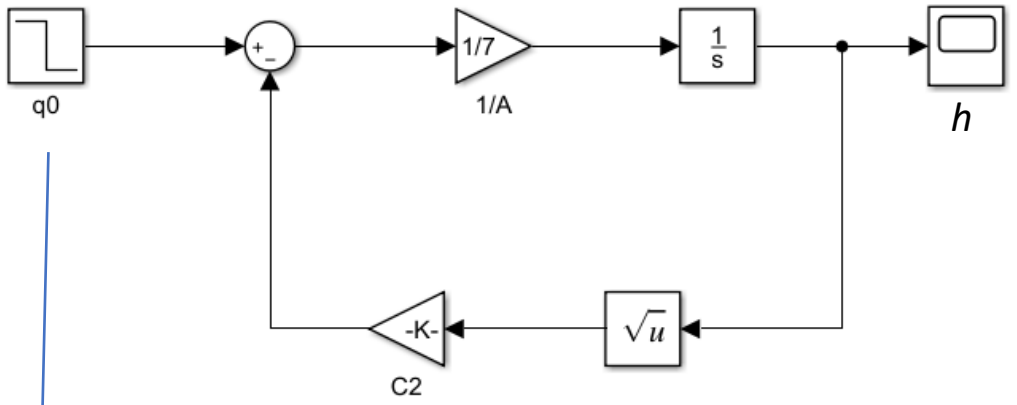
$$A \cdot \frac{dh}{dt} = q_0 - c_2 \cdot \sqrt{h}$$

$$c_2 = q / \sqrt{h}$$

# Primjer 5: Istjecanje kapljevine iz spremnika

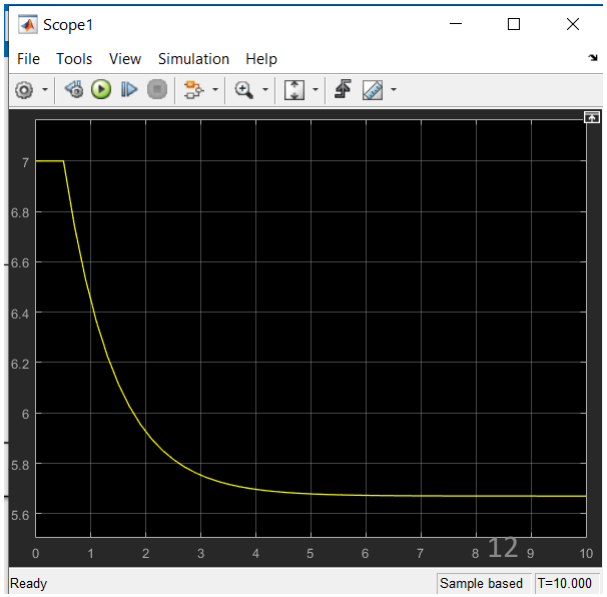
**Model u Simulinku:**

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}(q_0 - c_2\sqrt{h})$$



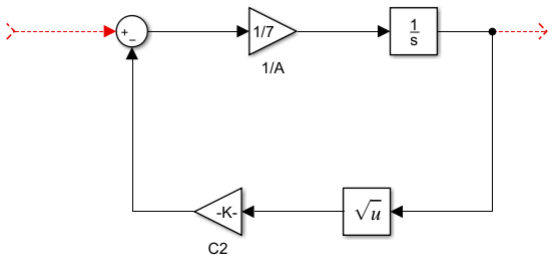

$$c_2 = q / \sqrt{h}$$

Skokomična promjena sa 100 $m^3/h$ na 90 $m^3/h$ u 0.5 min

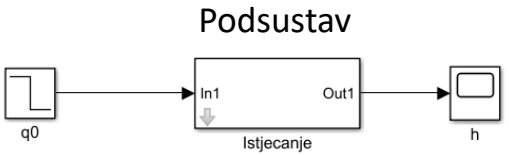


# Maskiranje podsustava na primjeru istjecanja kapljevine

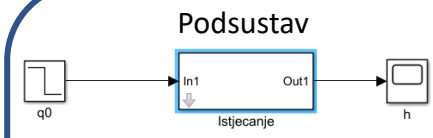
- **Podsustavi** (eng. ***subsystems***) i maskiranje podsustava omogućuju bolju preglednost kod složenijih Simulink shema.
- Kreiranje maskiranih podsustava omogućuje korisniku da unosi parametre koje želi direktno u željeni dijaloški okvir, ne pretražujući blokove po često nepreglednim shemama.




**1.** Izbrišu se ulaz (q0) i blok *scope*




**2.** Otvori se novi model. Iz *library* se uzme blok *subsystem (iz kategorije Ports&Subsystem)* i cijeli sadržaj s prethodne blok sheme se prenese u taj podsustav.
- Na ulaz se spoji q0, a izlaz se poveže na blok *scope*.
- Nakon toga se odaber *Mask*, te desna tipka *Create mask*.
- Unutar *Parameters&Dialog* se unesu parametri koje želite da se prikazuju na dijaloškom okviru maskiranog podsustava.




Dijaloški okvir maskiranog podsustava

